Вопросы к экзамену по курсу
"Дополнительные главы исследования операций"
(4 курс, 8-й семестр, 411-412 группы, лектор - доцент В.В. Морозов)

1. Геометрическая интерпретация БДР задачи ЛП.
2. Движение по ребру от одного базисного решения к другому.
3. Преобразование задачи ЛП и симплекс-метод.
4. Преодоление зацикливания.
5. Методы поиска начального БДР.
6.Двойственная задача ЛП, ее интерпретация и метод выписывания.
7. Теорема двойственности и ее следствия.
8. Двойственный симплекс-метод.
9. Симплекс-метод для задачи ЛП с двусторонними ограничениями.
10.Поиск начального базисного решения транспортной задачи и его свойства.
11.Метод поиска оптимального решения транспортной задачи.
12.Задача целочисленного ЛП и ее решение методом ветвей и границ.
13.Метод Балаша для задачи булевого программирования.
14.Метод динамического программирования для задачи с сепарабельной целевой функцией.
15.Метод динамического программирования для задачи с мультипликативной целевой функцией.
16.Достаточные условия оптимальности стратегии для марковских процессов принятия решений с бесконечным временем планирования.
17.Метод улучшения стационарной стратегии и алгоритм Ховарда построения стационарной оптимальной стратегии.
18.Метод построения оптимальной стратегии для марковских процессов принятия решений с конечным временем планирования.

Литература.

1. А.А.Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. Исследование операций. - М: Академия, 2008.

Обязательные упражнения с индивидуальными параметрами a, b, c

Упражнение 1. Найти все БДР для системы неравенств

$$ax_1 + bx_2 \leqslant c,\ ax_1 + cx_3 \leqslant c,\ bx_2 + cx_3 \leqslant c,\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0.$$

Упражнение 2. Решить симплекс-методом задачу ЛП

$$Z = ax_1 + bx_2 \ \to\ max$$

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 6,\ 0 \leqslant x_2 \leqslant 8,\ ax_1 + 5x_2 \leqslant 36 + c.$$

Упражнение 3. Пример зацикливания симплекс-алгоритма. Рассмотрим начальную симплекс-таблицу

Z	0	0	$-c$	c	$-c$	c	0
x_1	1	0	1	$-(a+1)$	$-(a+2)$	$b+2$	0
x_2	0	1	$b+2$	$-(a+2)$	$-(a+1)$	1	0

.

Пусть ведущие столбцы p выбираются в следующем порядке: 3,4,5,6,1,2, а номер ведущей строки $l = \min\{i \mid a'_{ip} > 0\}$. Покажите, что после 6-й итерации симплекс-алгоритма возникнет первоначальная таблица.

Упражнение 4. Используя один из методов поиска начального БДР, решите задачу ЛП

$$Z = ax_1 + bx_2 + cx_3 + 3x_4 \ \to\ max$$

$$2x_1 + ax_2 + bx_3 + x_4 = 2a,$$

$$x_1 + bx_2 + cx_3 + 2x_4 = 2a,$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = 1, 2, 3, 4.$$

Упражнение 5. Используя геометрические построения и теорию двойственности, найдите оптимальное решение прямой и соответствующей двойственной задачи. Прямая задача:

$$Z = cx_1 + x_2 \ \to\ max$$

$$x_1 - x_2 \leqslant 3,\ -x_1 + ax_2 \leqslant 4,\ -2x_1 + bx_2 \geqslant -4,\ \ x_1, x_2 \geqslant 0.$$

Упражнение 6. С помощью теории двойственности исследуйте на оптимальность решение $x^0 = (1, 1, 0, 0)$ в задаче

$$Z = x_1 + cx_2 + 18x_3 - 30x_4 \ \to\ max$$

$$x_1 + x_2 + (a+b)x_3 + (a-b)x_4 = 2,$$

$$x_1 + 2x_2 + (a+2b)x_3 + (a-2b)x_4 = 3,$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = 1, ..., 4.$$

Упражнение 7. Найдите оптимальное решение задачи

$$Z = 7x_1 + ax_2 + cx_3 \;\to\; max$$
$$9x_1 + bx_2 + 5x_3 \leqslant 12,$$
$$3x_1 + 7x_2 + x_3 \leqslant 10,$$
$$0 \leqslant x_j \leqslant 1,\; j = 1, 2, 3.$$

Упражнение 8. Решите задачу о назначениях с матрицей затрат

$$C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} a & b & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & c \\ c & b & 4 & 5 \\ a & 8 & 9 & 8 \end{pmatrix},$$

сведя ее к транспортной задаче.

Упражнение 9. Решить методом ветвей и границ задачу о размещении на максимум, используя матрицу упражнения 8.

Упражнение 10. Решите методом ветвей и границ следующую задачу:

$$Z = 4x_1 - 5x_2 + cx_3 \;\to\; max$$
$$3x_1 + 2x_2 + ax_3 \leqslant 10,\; bx_1 + 4x_2 \leqslant 11,\; 3x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 13,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geqslant 0,\; x_j \in \mathbb{Z},\; j = 1, 2, 3.$$

Упражнение 11. Решите задачу о рюкзаке при $n = 7,\; I = 10$ со следующими значениями остальных параметров:

j	1	2	3	4	5	6	7
I_j	1	1	2	b	2	3	4
V_j	73	89	$137 + a$	157	159	$211 + c$	299

.

Упражнение 12. Пусть система состоит из четырех элементов, каждый из которых может быть параллельно соединен еще с двумя ($m = 3$). Для создания системы выделена сумма в $100 + 10a$ условных единиц. Функции $p_j(t), a_j(t)$ заданы таблицей

	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$a_1(t)$	$a_2(t)$	$a_3(t)$	$a_4(t)$
1	0.7	0.5	0.7	0.6	10	20	10	20
2	0.8	0.7	0.9	0.7	20	40	30	30
3	0.9	0.8	0.95	0.9	$10b$	50	$40 + 10c$	40+10a

Найдите вариант наиболее надежной системы.

Упражнение 13. Пусть $\beta = c/(c+1),\; r_1^1 = b$ и $r_2^1 = -(2 + a)$. При каких r_2^2 выгоднее вызывать фирму?

Упражнение 14. В рассмотренном примере найдите $f_i^*,\; i = 1, 2, 3, 4$, и $V_1^4,\; V_2^4$, если

$$\beta = 1,\; r_1^1 = b,\; r_2^1 = -\left(2 - \frac{a}{10}\right),\; r_2^2 = -\frac{c}{c+1}.$$